

К концу 1898 года Мур и я восстали против Канта и Гегеля. Мур начал бунт, я верно за ним последовал. Думаю, что первым опубликованным разъяснением новой философии стала статья Мура в журнале «Майнд» — «Природа суждения» *. Впоследствии мы отказались от многих тогдашних идей, однако критическую часть, — именно, что *факт* в общем и целом независим от *опыта*, — продолжаем считать правильной. Несмотря на общность позиции, интересовало нас в новой философии разное. Полагаю, что для Мура главным было опровержение идеализма, а для меня — опровержение монизма. Впрочем, идеализм и монизм тесно связаны в учении об отношениях, дистиллированном Брэдли ** из философии Гегеля. Я назвал его учением о внутренних отношениях, а собственные взгляды — учением о внешних отношениях. Согласно учению о внутренних отношениях всякое отношение между двумя членами выражает прежде всего внутренне присущие им свойства, а в конечном счете — свойство того целого, которое они образуют. С некоторыми отношениями это похоже на правду. Возьмем, к примеру, любовь или ненависть. Если А любит Б, то это отношение проявляется, а может быть, и состоит, скажем, в некотором умонастроении, испытываемом А. Даже атеист должен признать, что человек может любить бога. Отсюда следует, что любовь к богу — умонастроение, а не сам факт отношения. Однако меня интересовали отношения более абстрактного рода. Предположим, что А и Б — события и А произошло раньше, чем Б. Вряд ли есть что-либо в А, благодаря чему независимо от Б оно обладает тем, о чем мы говорим, когда упоминаем Б. Лейбниц приводит крайний пример: если у человека, живущего в Европе, есть жена в Индии и она умирает, а он об этом не знает, то человек должен внутренне измениться в самый момент ее смерти. Именно с такого рода учениями я и сражался. Учение о внутренних отношениях особенно неприменимо в случае «асимметричных» отношений (когда некоторое отношение имеется между А и Б, но между Б и А его нет). Возьмем отношение «раньше». Если А раньше Б, то Б не раньше А. Если вы попытаетесь выразить отношение между А и Б посредством прилагательных к А и Б, то вынуждены будете прибегнуть к помощи дат. Вы можете сказать, что время события А есть свойство А, а время события Б есть свойство Б. Но это не поможет, потому что вы должны будете сказать далее, что время, когда произошло А, — более раннее, чем время, когда произошло Б; и вам некуда деться от указанного отношения «рань-

ше». Если вы станете считать это отношение свойством целого, составленного из А и Б, то окажетесь в еще более трудном положении, ибо в этом целом А и Б не упорядочены, и вы не сможете различить между «А раньше Б» и «Б раньше А». Асимметричные отношения играют существенную роль в математике, так что это учение было здесь весьма важным.

Возможно, лучшей иллюстрацией будет цитата из моего доклада, прочитанного в Аристотелевском обществе в 1907 году и посвященного книге Гарольда Иоахима «Природа истины»*.

«Все рассмотренные нами учения выводимы из одного центрального логического учения. Сформулируем его следующим образом: «Всякое отношение коренится в природе членов отношения». Назовем его «аксиомой внутренних отношений». Из аксиомы следует, что целое реальности или истины должно быть значимым целым, в смысле м-ра Иоахима. Ибо каждая часть будет иметь природу, выявляющую свои отношения к каждой другой части и к целому; отсюда если природа любой части полностью известна, то известна также природа целого и каждой его части; и наоборот, если природа целого полностью известна, то известны будут его отношения к частям, отношения частей друг к другу и, следовательно, природа каждой из частей. Очевидно также, что если реальность истины является значимым целым (в смысле м-ра Иоахима), аксиома внутренних отношений должна быть истинной. Отсюда аксиома эквивалентна монистической теории истины.

Далее, если мы не различаем между вещью и ее «природой», из аксиомы следует, что по истине ничего нельзя рассматривать вне отношения к целому. Ибо если «А относится к Б», А и Б относятся также ко всему остальному во Вселенной. Когда мы рассматриваем ту часть природы А, благодаря которой А относится к Б, мы, оказывается, рассматриваем А через отношение к Б; но это абстрактный и лишь частично истинный способ рассмотрения А, ибо природа А, которая тождественна с самим А, содержит в себе основания для отношений ко всему другому, а не только к Б. Таким образом, ничего истинного об А сказать нельзя, если не учитывать всю Вселенную; и тогда то, что говорится об А, будет тождественно тому, что говорится обо всем остальном, поскольку природы различных вещей должны выражать, подобно монадам Лейбница, одну и ту же систему отношений.

Рассмотрим теперь более подробно смысл аксиомы внутренних отношений и доводы за и против нее. У нас есть для начала два возможных смысла: считается, что каждое отношение 1) реально конституировано природами его членов или целым, которое они образуют, 2) или что просто каждое отношение коренится в этих природах. Не вижу, чтобы идеалисты их различали; наоборот, вообще говоря, они склонны отождествлять суждение с его следствиями, тем самым реализуя одно из характерных положений прагматизма. Различение этих двух смыс-

лов, однако, не столь уж важно, поскольку оба они ведут к воззрению, согласно которому отношений вообще нет.

Аксиома внутренних отношений в любой ее форме приводит, как справедливо настаивает м-р Брэдли (см. «Видимость и реальность», 2-е изд., с. 519: «Реальность едина (one). Она должна быть единственной (single), потому что множественность, взятая как реальность, противоречит себе. Множественность предполагает отношения, и через отношения она, сама того не желая, всегда утверждает высшее единство (unity)»), к заключению, что отношений нет и что существует не множество вещей, но только одна вещь. (Идеалисты добавили бы: в конечном счете. Но это означает лишь то, что им не всегда хотелось бы помнить об этом следствии.) Заключение получается, когда мы рассматриваем отношения разнообразия (diversity). Ибо если реально существуют две вещи А и Б, которые различны, полностью редуцировать это различие к прилагательным, принадлежащим А и Б, невозможно. А и Б будут с необходимостью иметь различные прилагательные, и их различие не может означать (если мы не желаем бесконечного регресса), что А и Б имеют различные прилагательные по очереди. Ибо если мы говорим, что А и Б различны, когда А имеет прилагательное, «отличное от Б», а Б — «отличное от А», то должны предполагать, что эти прилагательные различны. Тогда «отличное от А» должно иметь прилагательное, «отличное от «отличное от А»», и так далее *ad infinitum*. Мы не можем считать «отличное от Б» прилагательным, не требующим дальнейшей редукции, и должны спросить, что имеется в виду под «отличным» в этом выражении, где прилагательное образовано от отношения, а не отношение от прилагательного. Таким образом, если мы ищем различий, то различие не должно сводиться к различию прилагательных, т. е. оно не должно корениться в «природах» различных членов отношения. Поэтому если аксиома внутренних отношений истинна, из этого следует, что различий нет, а есть только одна вещь. Так что аксиома внутренних отношений эквивалентна допущению онтологического монизма и отрицанию существования отношений. Когда мы сталкиваемся с отношением, то в действительности это — прилагательное, принадлежащее целому, состоящему из членов этого отношения.

Аксиома внутренних отношений, таким образом, эквивалентна допущению, что каждое суждение имеет один субъект и один предикат. Ибо суждение, утверждающее некоторое отношение, всегда должно редуцироваться к субъект-предикатному суждению о целом, состоящем из членов отношения. Продвигаясь ко все более широкому целому, мы постепенно исправляем наши первые и грубые абстрактные суждения и приближаемся к единой истине обо всем. Единственная, последняя и полная истина должна состоять из суждения с одним субъектом (т. е. с целым) и одним предикатом. Но поскольку это предполагает различие между субъектом и предикатом, как если бы они были раз-

личны, то даже это суждение не вполне истинно. Разумеется, оно не является «интеллектуально поправимым (corrigible)», оно истинно — настолько, насколько истина вообще может быть истинной; но даже абсолютная истина остается не вполне истинной. (Ср. «Видимость и реальность», 1-е изд., с. 544: «Даже абсолютная истина, таким образом, оказывается в конце концов ошибочной. И следует признать, что в конце концов никакая возможная истина не является вполне истинной, а есть частичное неадекватное переложение того, что она хотела бы собою представлять. И этот внутренний разрыв принадлежит самому свойству истины. Но все же различие между абсолютной и конечной истинами должно проводиться, ибо первая, говоря коротко, не является интеллектуально поправимой».)

Если мы спросим, каковы основания в пользу аксиомы внутренних отношений, то полученный ответ нас не удовлетворит. М-р Иоахим, например, допускает ее безоговорочно, однако не приводит никаких аргументов. Попытка найти основания приводит к двум доводам, хотя, возможно, на самом деле они ничем друг от друга не отличаются. Первый — это закон достаточного основания, согласно которому грубых фактов нет: все должно иметь основание, чтобы быть именно таким, а не другим. (См. «Видимость и реальность», 2-е изд., с. 575: «Если вещи не вступают в отношение по своей внутренней природе, то тогда они, видимо, относятся без какой-либо причины и их отношение скорее всего является произвольным». См. также с. 577.). Во-вторых, имеется такой факт: если между двумя вещами есть определенное отношение, то это неизбежно; если бы это было не так, то они были бы другими вещами; это, видимо, указывает на то, что в вещах самих по себе есть нечто такое, что приводит к существующим между ними отношениям.

(1) Закон достаточного основания трудно сформулировать точно. Он не может означать просто, что каждое истинное суждение логически выводимо из некоторого другого истинного суждения, ибо это очевидная истина, которая не удовлетворяет следствиям, требуемым от закона. К примеру, $2+2=4$ можно вывести из $4+4=8$, но абсурдно было бы полагать $4+4=8$ основанием $2+2=4$. В качестве основания суждения всегда полагаются одно или несколько более простых суждений. Таким образом, закон достаточного основания должен означать, что всякое суждение можно вывести из более простых суждений. Но это кажется очевидно ложным; в любом случае это не имеет отношения к рассмотрению идеализма, поскольку с его точки зрения чем суждения проще, тем они менее истинны — так что абсурдно было бы начинать с простых суждений. Я заключаю поэтому, что если какая-то формулировка закона достаточного основания и проходит, ее следует искать скорее во втором доводе, выдвигаемом в пользу аксиом отношений, а именно — что члены отношения не могут относиться иначе, чем они относятся.

(2) Сила данного аргумента, по-моему, основана главным образом на ошибочной форме утверждения. Можно сказать: «Если А и Б относятся некоторым образом, вы должны признать, что если бы они не относились таким образом, то были бы другими, чем они есть, и что, следовательно, в них должно заключаться нечто существенное для способа их отношений». Итак, если два члена относятся определенным образом, отсюда следует, что если бы они не относились таким образом, то из этого бы вытекало все что угодно. Ибо если они так относятся, то гипотеза, что они не относятся таким способом, является ложной, а из ложной гипотезы выводится все что угодно. Таким образом, форма утверждения должна быть изменена. Мы можем сказать: «Если А и Б относятся определенным образом, то все, не относящееся таким образом, должно быть другим, чем А и Б, следовательно ... и т. д.» Но это лишь доказывает, что все, не относящееся так, как относятся А и Б, должно нумерически отличаться от А или Б; это не доказывает различия прилагательных в случае, если мы не принимаем аксиомы внутренних отношений. Поэтому аргумент имеет лишь риторическую силу и не может доказать тезис без круга.

Остается спросить, есть ли доводы против аксиомы внутренних отношений. Первый аргумент, который сразу же приходит на ум ее оппоненту, это трудность проведения аксиомы на практике. Мы рассматривали один пример этого в случае различия: во многих других случаях трудность еще более очевидна. Предположим, к примеру, что одна книга больше, чем другая. Можно редуцировать отношение «больше, чем» между томами к прилагательным, если сказать, что один том такого-то и такого-то размера, а другой — такого-то и такого-то. Но тогда одни размеры должны быть больше, чем другие размеры. Если мы попробуем редуцировать это новое отношение к прилагательным, которые принадлежали бы размерам, то сами прилагательные все равно сохранили бы отношение «больше, чем» и т. д. Отсюда, мы не можем (не впадая в бесконечный регресс) не признать, что рано или поздно приходим к отношению, не сводимому к прилагательным, которые имеются у членов отношения. Этот аргумент применим в особенности к асимметричным отношениям, т. е. к таким, что если они имеются между А и Б, то их нет между Б и А. (Аргумент, который здесь лишь намечен, развернут полностью в моей книге «Принципы математики», § 212—216.)

Более серьезный аргумент против аксиомы внутренних отношений связан с рассмотрением смысла слова «природа» термина. Совпадает ли природа с самим членом отношения или это что-то другое? Если другое, то оно должно иметь отношение к члену, а отношение члена к своей природе не может без регресса в бесконечность быть сведено к чему-то иному, нежели отношение. Таким образом, если настаивать на аксиоме (внутренних отношений), то мы должны полагать, что термин не есть

нечто другое, нежели его природа. В этом случае каждое истинное суждение, атрибутирующее предикат субъекту, является чисто аналитическим, поскольку субъект есть его собственная природа, а предикат — часть этой природы. Но что же тогда является связью, объединяющей предикаты и делающей их предикатами одного субъекта? Любая данная совокупность предикатов могла бы тогда образовывать субъект, если субъекты не являются чем-то другим, нежели система их собственных предикатов. Если «природа» члена состоит из предикатов и в то же время она тождественна с самой вещью, то невозможно понять, что мы имеем в виду, когда спрашиваем, имеет ли *S* предикат *P*. Ибо вопрос не может означать: «Является ли *P* одним из предикатов, перечисляемых нами, когда мы объясняем, что мы имеем в виду под *S*?»; а что еще, с разбираемой точки зрения, он может означать, неясно. Мы не можем ввести отношение когеренции (coherence) между предикатами, благодаря которому они могли бы называться предикатами одного субъекта; ибо это поставит предикацию в зависимость от отношения вместо того, чтобы редуцировать отношения к предикациям. Таким образом, мы попадаем в затруднение как в случае утверждения, так и в случае отрицания того, что субъект отличается от «его природы». (Подробнее см. мою книгу «Философия Лейбница», § 21, 24, 25.)

Далее, аксиома внутренних отношений несовместима с признанием какой-либо сложности. Ибо она ведет, как мы видели, к жесткому монизму. Имеются только одна вещь и только одно суждение. Одно суждение (которое не просто единственно истинное суждение, но единственное суждение вообще) атрибутирует предикат одному субъекту. Однако это одно суждение не вполне истинно, потому что предполагает различие предиката и субъекта. Но тогда возникает трудность: если предикация предполагает различие предиката и субъекта и если этот один предикат не отличается от этого одного субъекта, то не может быть, видимо, даже и ложного суждения, атрибутирующего этот один предикат к этому одному субъекту. Мы должны будем заключить, следовательно, что предикация не предполагает отличие этого предиката от этого субъекта и что этот один предикат идентичен этому одному субъекту. Но для рассматриваемой нами философии существенно важно отрицать абсолютное тождество и говорить о «тождестве в различии» — иначе очевидное многообразие реального мира оказывается необъяснимым. Трудность в том, что «тождество в различии» невозможно, если мы придерживаемся строгого монизма. Ибо «тождество в различии» предполагает много частных истин, которые соединяются посредством взаимных связей в одно целое истины (into one whole of truth). Однако частичные истины в строгом монизме не просто не вполне истинны: они не существуют. Если бы такие суждения существовали — истинные или ложные, — это бы означало плюралистичность. Короче говоря,

вся концепция «тождества в различии» несовместима с аксиомой внутренних отношений; и все же без этой концепции монизм не может объяснить мира, без нее мир внезапно схлопывается, как шапокляк. Я заключаю, что аксиома ложна, а связанные с нею положения идеализма несостоятельны.

Таким образом, против аксиомы, согласно которой отношения необходимо коренятся в «природе» членов или образованного из них целого, доводы имеются, а в пользу этой аксиомы доводов, видимо, нет. Если аксиома отвергается, то бессмысленным становится и разговор о «природе» членов отношения: отнесенность (relatedness) не является более доказательством сложности; некоторое данное отношение может иметь место между многими различными парами членов и некоторый данный член может иметь много различных отношений к различным членам. «Тождество в различии» исчезает: есть тождество и есть различие, и комплексы могут иметь тождественные элементы и элементы различные. И мы не обязаны более говорить о какой-либо паре объектов, что они «в каком-то смысле» и тождественны, и различны — кстати, этот «какой-то» смысл всегда было жизненно необходимо оставлять непроясненным. Так мы получаем мир из многих вещей — с отношениями, которые нет надобности выводить из какой-то «природы» или схоластической сущности относящихся вещей. В этом мире все сложное состоит из простых вещей, между ними имеются отношения, и анализ не затрудняется на каждом шагу бесконечным регрессом. Допуская такой мир, остается спросить, что мы можем сказать о природе истины?»

Впервые важность вопроса об отношениях я осознал, работая над Лейбницем. Я обнаружил (в книгах о Лейбнице этого не было), что его метафизика открыто опирается на учение, согласно которому всякое суждение атрибутирует предикат субъекту и (что казалось ему почти тем же самым) всякий факт состоит из субстанции, обладающей некоторым свойством. Я обнаружил, что это же учение лежит и в основании систем Спинозы, Гегеля и Брэдли, которые, впрочем, разрабатывали его с большей логической строгостью.

Но философскую радость приносили не эти сухие логические теории. Я чувствовал настоящую свободу, мне будто удалось вырваться из душного помещения и оказаться на овеваемом свежим ветром морском мысу. Предположение, что пространство и время существуют только в моем уме, меня душило: я любил звездное небо даже больше, чем моральный закон, и Кантовы взгляды, по которым выходило, что моя любовь лишь субъективная фикция, были для меня невыносимы. В первом порыве освобождения я стал наивным реалистом и радовался, что трава действительно зеленая, вопреки мнению всех философов начиная с Локка. Не сумев в дальнейшем сохранить в себе этой приятной веры в ее нетронутой чистоте, я все же никогда более не запирался в темницу субъективизма.

У гегельянцев имелись всевозможные аргументы для доказательства «нереальности» тех или иных вещей. Число, пространство, время, материя — все это прямо обвинялось в самопротиворечивости. Ничто не было реальным, как нас убеждали, кроме Абсолюта, который мог мыслить только себя, поскольку не было ничего другого, о чем можно было бы мыслить; и Абсолют вечно мыслил те вещи, о которых мыслили в своих книгах философы-идеалисты.

Все аргументы гегельянцев, осуждавших занятия математикой и физикой, основывались на аксиоме внутренних отношений. Поэтому когда я ее отбросил, то начал верить всему, во что гегельянцы не верили. Это дало мне очень богатую (full) Вселенную. Я вообразил себе, что все числа сидят рядком на Платоновых небесах (см. мою книгу «Кошмары знаменитых людей» — статью «Кошмар Математика».) Я думал, что точки пространства и моменты времени действительно существуют и что материя вполне может состоять из элементов, находимых физикой. Я поверил в мир универсалий, состоящих по большей части из того, что обозначается глаголами и предлогами. Кроме того, я теперь не обязан был считать математику чем-то не вполне истинным. Гегельянцы утверждали, что «дважды два четыре» не совсем верно. Они, конечно, не имели в виду, что дважды два будет 4.00001 или что-нибудь в этом роде. Они хотели сказать, что Абсолют способен делать вещи и получше, чем складывание (впрочем, они не любили выражать эту мысль просто).

С течением времени моя Вселенная стала не такой комфортабельной. Восстав против Гегеля, я полагал, что вещь должна существовать, если доказательство Гегеля о том, что ее нет, неверно. Постепенно, с помощью «бритвы Оккама», я получил более гладковыбритую картину реальности. Я не имею в виду, что она позволяла доказать не-реальность сущностей, относительно которых показывалась их не-необходимость; однако аргументы в пользу их реальности были устранены. Я и сейчас полагаю, что невозможно опровергнуть существование целых чисел, точек, моментов или олимпийских богов. Может быть, они и реальны. Но для такого мнения нет ни малейшего основания.

В ранний период развития моей новой философии я много занимался лингвистическими вопросами. Меня интересовало, что именно образует единство комплекса, более специально — что образует единство предложения. Различие между предложением и словом было для меня загадкой. Я видел, что единство предложения зависит от наличия в нем глагола, но мне казалось, что глагол имеет в виду ту же самую вещь, что и соответствующее отглагольное существительное, хотя отглагольное существительное уже не обладает способностью связывать части комплекса. Меня беспокоило различие между словами «есть» и «бытие» («is» and «being»). Моя теща, известная и

энергичная религиозная деятельница, убеждала меня, что философия трудна лишь потому, что в ней много длинных слов. Я возражал ей, приводя такое предложение из своих записей: «Что *есть* означает — *есть* и, следовательно, отличается от *есть*, ибо «*есть есть*» бессмысленно». Нельзя сказать, что это предложение трудно из-за длинных слов. С течением времени такие проблемы перестали меня волновать. Они возникали из-за моей веры в то, что если слово что-нибудь означает, то должна быть какая-то вещь, которая имеется им в виду. В теории дескрипций, которую я предложил в 1905 году, показана ошибочность такой точки зрения; данная теория решила также и ряд других проблем, которые до этого не могли быть разрешены.

Хотя мои взгляды и изменились с того давнего времени, некоторые вещи я все же продолжаю считать чрезвычайно важными. Я и сегодня придерживаюсь учения о внешних отношениях и связанного в нем плюрализма. Я по-прежнему считаю, что отдельно взятая (*isolated*) истина вполне может быть истинной; что анализ не есть фальсификация; что любое не являющееся тавтологией суждение, если оно истинно, истинно в силу своего отношения к факту; и что факты в общем и целом независимы от опыта. Я не вижу ничего невозможного в существовании Вселенной, лишенной опыта. Больше того, я думаю, что опыт является весьма ограниченным и с космической точки зрения тривиальным аспектом крошечной части Вселенной. По всем этим вопросам мои взгляды не изменились с тех пор, как я отказался от учений Канта и Гегеля.

Глава 7

«PRINCIPIA MATHEMATICA»: ФИЛОСОФСКИЕ АСПЕКТЫ

На протяжении всего периода от 1900 до 1910 года Уайтхед* и я отдавали большую часть нашего времени тому, что в конце концов стало «Principia Mathematica». Хотя третий том этого труда был издан лишь в 1913 году, работа над ним (кроме вычитки гранок) была завершена уже в 1910 году, когда мы сдали рукопись в издательство Кембриджского университета. Моя книга «Принципы математики», которую я закончил 23 мая 1902 года, была слабым и весьма незрелым наброском будущего труда, но отличалась, однако, от него тем, что содержала дискуссии с другими философскими концепциями математики.

Наши проблемы были двух родов: философские и математические. Вообще говоря, Уайтхед оставил философские проблемы мне. Что касается математических проблем, то Уайтхед придумал большую часть нотации, за исключением того, что было взято у Пеано**; я проделал большую часть работы, связанной с рядами, а Уайтхед проделал большую часть всего ос-

тального. Но это относится только к первым наброскам. Каждая часть исправлялась по три раза. Когда один из нас заканчивал набросок, он посылал его другому, и тот обычно значительно изменял его. После этого автор первоначального варианта приводил все к окончательному виду. Вряд ли есть хоть одна строчка во всех трех томах, которая не была бы плодом нашего совместного труда.

Главная цель «Principia Mathematica» состояла в доказательстве того, что вся чистая математика следует из чисто логических предпосылок и пользуется только теми понятиями, которые определены в логических терминах. Это было, разумеется, антитезой учению Канта, и первоначально задача виделась в том, чтобы внести лепту в дело опровержения «того софиста-филистимлянина», по выражению Георга Кантора*, добавлявшего для вящей точности: «который так плохо знал математику». Но со временем работа продвинулась еще в двух направлениях. С математической точки зрения были затронуты совершенно новые вопросы, которые потребовали новых алгоритмов и сделали возможным символическое представление того, что ранее расплывчато и неаккуратно выражалось в обыденном языке. С философской точки зрения наметились две противоположные тенденции: одна — приятная, другая — неприятная. Приятная состояла в том, что необходимый логический аппарат вышел не столь громоздким, как я вначале предполагал. Точнее, оказались ненужными классы. В «Принципах математики» много обсуждается различие между классом как единым (one) и классом как многим (many). Вся эта дискуссия вместе с огромным количеством сложных доказательств оказалась, однако, ненужной. В результате работа в ее окончательном виде была лишена той философской глубины, первым признаком которой служит темнота изложения.

Неприятная же тенденция была, без сомнения, очень неприятной. Из посылок, которые принимались всеми логиками после Аристотеля, выводились противоречия. Это свидетельствовало о неблагополучии в чем-то, но не давало никаких намеков на то, каким образом можно было бы исправить положение. Открытие одного такого противоречия весной 1901 года положило конец моему логическому медовому месяцу. Я сообщил о неприятности Уайтхеду, который «утешил» меня словами: «Никогда больше нам не насладиться блаженством утренней безмятежности».

Я увидел противоречие, когда изучил доказательство Кантора о том, что не существует самого большого кардинального числа. Полагая в своей невинности, что число всех вещей в мире должно составлять самое большое возможное число, я применил его доказательство к этому числу — мне хотелось увидеть, что получится. Это привело меня к открытию очень любопытного класса. Размышляя способом, который до тех пор казался адекватным, я полагал, что класс в некоторых слу-

чаях является, а в других — не является членом самого себя. Класс чайных ложек, например, не является сам чайной ложкой, но класс вещей, которые не являются чайными ложками, сам является одной из вещей, которые не являются чайными ложками. Казалось, что есть случаи и не негативные: например, класс всех классов является классом. Применение доказательства Кантора привело меня к рассмотрению классов, не являющихся членами самих себя; эти классы, видимо, должны образовывать некоторый класс. Я задался вопросом, является ли этот класс членом самого себя или нет. Если он член самого себя, то должен обладать определяющим свойством класса, т. е. не являться членом самого себя. Если он не является членом самого себя, то не должен обладать определяющим свойством класса и потому должен быть членом самого себя. Таким образом, каждая из альтернатив ведет к своей противоположности. В этом и состоит противоречие.

Поначалу я думал, что в моем рассуждении должна быть какая-то тривиальная ошибка. Я рассматривал каждый шаг под логическим микроскопом, но не мог обнаружить ничего неправильного. Я написал об этом Фреге*, который ответил, что арифметика зашаталась и что он увидел ложность своего Закона V. Это противоречие настолько обескуражило Фреге, что он отказался от главного дела своей жизни — от попытки вывести арифметику из логики. Подобно пифагорейцам, столкнувшимся с несоизмеримыми величинами, он нашел убежище в геометрии, явно посчитав, что вся его предшествующая деятельность была заблуждением. Что касается меня, то я чувствовал, что причина в логике, а не в математике, и что именно логику и следовало бы преобразовать. Я укрепился в этом мнении, когда открыл рецепт составления бесконечного числа противоречий.

Философы и математики реагировали на ситуацию по-разному. Пуанкаре, не любивший математическую логику и обвинявший ее в бесплодности, обрадовался: «Она больше не бесплодна, она рождает противоречия». Это блестящее замечание, впрочем, никак не способствовало решению проблемы. Некоторые другие математики, относившиеся неодобрительно к Георгу Кантору, заняли позицию Мартовского Зайца: «От этого я устал. Поговорим о чем-нибудь другом», что точно так же казалось мне неадекватным. Спустя какое-то время появились серьезные попытки решения со стороны людей, которые понимали математическую логику и осознавали насущную необходимость решения противоречия в терминах логики. Первым из них был Ф. П. Рамсей**, ранняя смерть которого, к сожалению, оставила его работу незаконченной. Но в годы, предшествующие изданию «Principia Mathematica», опыта решения проблемы не было и я находился по сути один на один с собственным замешательством.

Парадоксы обнаруживали и раньше, некоторые были из-

вестны в древности; как мне казалось, тогда ставили похожие проблемы, хотя авторы, писавшие после меня, считали, что проблемы греков были иного рода. Наиболее известен парадокс об Эпимениде-критянине, который сказал, что все критяне лжецы, и заставил людей сомневаться, не лгал ли он, когда говорил это. Этот парадокс в самой простой форме возникает, когда человек говорит: «Я лгу». Если он лжет, то ложно, что он лжет, и, следовательно, он говорит правду; но если он говорит правду, то лжет, ибо именно это он утверждает. Противоречие поэтому неизбежно. Это противоречие упоминается св. Павлом (Тит. I, 12), который, однако, не занимался его логическими аспектами, а доказывал с его помощью порочность язычников. Такие древние головоломки математики могли отрицать как не имеющие отношения к их предмету, но вот вопрос о самом большом кардинальном или ординальном числе они отбросить не могли, а он приводил их к противоречиям. Противоречие, связанное с самым большим ординалом, было обнаружено Бурали-Форти* еще до того, как я открыл свое противоречие, но в его случае дело было гораздо более сложным, и я поэтому позволил себе предположить, что в его рассуждения закралась какая-то незначительная ошибка. В любом случае его противоречие, будучи гораздо более простым, чем мое, казалось *prima facie*** менее разрушительным. Правда, в конце концов я вынужден был признать, что оно не менее серьезно.

В «Принципах математики» я не претендовал на то, что решение найдено. Я писал в предисловии: «Издавая работу, содержащую так много нерешенных трудностей, я оправдываю это тем, что исследование не дало пока ближайшей перспективы для адекватного решения противоречия, обсужденного в главе X, и не позволило лучше разобраться в природе классов. Постоянно обнаруживаемые ошибки в решениях, какое-то время меня удовлетворявших, выявили всю серьезность проблем, которые не поддавались обманчиво правдоподобным теориям, порожденным поверхностным размышлением, а только скрывались под этими теориями; поэтому я счел за лучшее сформулировать трудности и не ждать того времени, когда меня убедит истинность какого-нибудь почти наверняка ошибочного учения». А в конце главы о противоречиях я сказал: «В противоречии не замешана никакая философия, оно порождено здравым смыслом и может быть разрешено, лишь если мы отринем одно из его допущений. Только гегелевская философия, которая живет за счет противоречий, может остаться безучастной, потому что находит подобные проблемы всюду. В любом другом учении столь прямой вызов требует ответа либо признания в бессилии. К счастью, других аналогичных трудностей, насколько я знаю, «Принципы математики» не содержат». В приложении к книге излагалось учение о типах как возможное решение. Впоследствии я убедился, что решение действительно обнаруживается с помощью этого учения, но в «Принципах математики» я при-

шел к его очень грубой и неадекватной форме. Мои выводы того времени выражены в последнем параграфе книги: «Резюмируем: как оказалось, специальное противоречие главы X решается с помощью учения о типах, но имеется по крайней мере одно аналогичное противоречие, которое, вероятно, неразрешимо с помощью этого учения. Тотальность всех логических объектов, или всех суждений, предполагает, по-видимому, фундаментальную логическую трудность. Каково окончательное ее решение, я не выяснил; но поскольку она оказывает влияние на сами основы рассуждения, я очень рекомендую всем, кто изучает логику, обратить на это внимание».

Завершив «Принципы математики», я начал настойчиво искать решение парадоксов. Это было почти личным вызовом, и при необходимости я готов был потратить на них всю оставшуюся жизнь. Однако по двум причинам я отказался от этого намерения. Во-первых, проблема в какой-то момент показалась мне тривиальной, а я ненавидел все недостойное внимания и интереса. Во-вторых, сколько я ни старался, решение не приходило. На всем протяжении 1903 и 1904 годов я почти все время занимался этим вопросом, но без каких-либо признаков успеха. Первой удачей стала (весной 1905 года) теория дескрипций. Она, разумеется, не была связана с противоречиями, но позже такая связь выявилась. В конце концов мне стало совершенно ясно, что в какой-то форме учение о типах существенно важно. Не настаивая на той конкретной форме, которая придана этому учению в «Principia Mathematica», я остаюсь при полном убеждении, что без теории типов парадоксы разрешить невозможно.

Когда я искал решение, мне казалось, что для того, чтобы решение выглядело удовлетворительным, необходимы три условия. Первое из них и абсолютно обязательное: противоречия должны исчезнуть. Второе — весьма желательное, хотя логически не непременно: решение должно оставить в неприкосновенности как можно больше математики. Третье, трудно формулируемое: решение должно, видимо, апеллировать к так называемому «логическому здравому смыслу», т. е. оказаться в конце концов таким, каким мы его и ожидали увидеть. Из этих трех условий первое, разумеется, признано всеми. Второе, однако, отвергается теми, кто считает, что значительные разделы анализа в их нынешней формулировке неверны. Третье условие не считают существенно важным те, кто довольствуется логической техникой. Профессор Куайн*, к примеру, нашел системы, которые привлекают своей изобретательностью. Но их нельзя считать удовлетворительными, поскольку они, видимо, созданы *ad hoc***; и они отличаются от тех систем, которые представлял бы себе самый умный логик, если бы не знал о противоречиях. По этому вопросу, однако, вышло огромное количество трудной для понимания литературы, и я не буду касаться более тонких моментов.

Объясню общие принципы теории типов, не вдаваясь в трудные технические детали. Возможно, лучше всего будет начать с того, что имеется в виду под «классом». Возьмем пример из домашнего хозяйства. Допустим, в конце обеда хозяин предлагает на выбор три сладких блюда, настаивая на том, чтобы вы попробовали одно, два или все три, как вы пожелаете. Сколько линий поведения открыто перед вами? Вы можете от всего отказаться. Это первый выбор. Вы можете выбрать что-то одно. Это можно сделать тремя различными способами, и, следовательно, перед вами еще три варианта. Вы можете выбрать два блюда. Это также возможно сделать тремя способами. Или вы можете выбрать все три, что дает одну, последнюю, возможность. Общее число возможностей, таким образом, равно восьми, т. е. 2^3 . Можно легко обобщить эту процедуру. Положим, перед вами n объектов и вы желаете знать, сколько путей имеется, чтобы ничего не выбрать, или что-то выбрать, или же выбрать все n . Вы обнаружите, что число путей 2^n . Если выразить это в логическом языке: класс из n -го количества элементов имеет 2^n подклассов. Это суждение истинно и в том случае, когда n бесконечно. Кантор как раз и доказал, что даже в этом случае 2^n больше, чем n . Применяя это, как сделал я, ко всем вещам во Вселенной, мы приходим к заключению, что классов вещей больше, чем вещей. Отсюда следует, что классы не являются «вещами». Но поскольку никто не знает точно, что означает слово «вещь» в этом утверждении, не очень-то легко точно сформулировать, что именно удалось доказать. Заключение, к которому я пришел, состояло в том, что классы — это просто подсобное средство в рассуждении. Классы приводили меня в замешательство уже в то время, когда я писал «Принципы математики». Тогда я выражал свои мысли на языке, который был реалистическим (в схоластическом смысле) в большей мере, чем мне представляется сегодня правильным. Я писал в предисловии к той работе: «Обсуждение неопределенностей (indefinables), составляющее главный предмет философской логики, имеет целью ясно увидеть и прояснить для других соответствующие сущности, чтобы разум мог быть с ними знаком * так же, как с красным цветом или вкусом ананаса. Там, где — как в данном случае — неопределенности получают прежде всего в качестве необходимого остатка в процессе анализа, зачастую проще знать, что такие сущности должны быть, чем наблюдать их актуально; здесь имеется аналогия с процессом открытия Нептуна, с тем различием, что последний этап — поиски с помощью умственного телескопа сущности, которая имеет выводной характер, — нередко является самой трудной частью во всем предприятии. Признаюсь, что в случае с классами я не смог увидеть понятия, выполняющего те условия, которым должно удовлетворять понятие «класс». И противоречие, обсуждаемое в главе X, доказывает, что чего-то не хватает, но чего именно, я до сих пор не обнаружил».

Теперь мне следует сформулировать вопрос несколько иначе. Следует сказать, что если дана любая пропозициональная функция, скажем $f(x)$, имеется некоторая область значений x , для которых эта функция «значима», т. е. либо истинна, либо ложна. Если a принадлежит этой совокупности, то $f(a)$ — суждение, которое либо истинно, либо ложно. Вдобавок к подстановке постоянной вместо переменной x есть еще две вещи, которые можно делать с пропозициональной функцией: можно утверждать, во-первых, что она всегда истинна, а во-вторых — что она иногда истинна. Пропозициональная функция «если x человек, то x смертен» всегда истинна; пропозициональная функция « x человек» иногда истинна. Таким образом, с пропозициональной функцией можно проделать следующие три вещи: первое — подставить константу вместо переменной; второе — утверждать все значения функции: и третье — утверждать некоторые значения или по крайней мере одно значение. Сама по себе пропозициональная функция есть лишь выражение, она ничего не утверждает и не отрицает. Равным образом класс есть лишь выражение; это удобный способ говорить о значениях переменной, при которых функция истинна.

Что касается последнего из перечисленных выше трех условий, которым должно отвечать решение, то я выдвинул теорию, которая, видимо, другим логикам не понравилась; однако я до сих пор считаю ее здоровой. Эта теория заключалась в следующем. Когда я утверждаю все значения функции $f(x)$, то значения, которые может принимать x , должны быть определенными (definite), если я хочу, чтобы то, что я утверждаю, было определенным. Должна быть, так сказать, некоторая тотальность возможных значений x . Если я теперь стану образовывать новые значения в терминах этой тотальности, то тотальность, по-видимому, будет из-за этого расширяться и, следовательно, новые значения, к ней относящиеся, будут относиться к этой более широкой тотальности. Но поскольку они должны быть включены в тотальность, тотальность никогда не будет поспевать за ними. Все это напоминает попытки прыгнуть на собственную тень. Проще всего проиллюстрировать это на парадоксе лжеца. Лжец говорит: «Все, что я утверждаю, ложно». Фактически то, что он делает, это утверждение, но оно относится к тотальности его утверждений, и, только включив его в эту тотальность, мы получаем парадокс. Мы должны будем различить суждения, которые относятся к некоторой тотальности суждений, и суждения, которые не относятся к ней. Те, которые относятся к некоторой тотальности суждений, никак не могут быть членами этой тотальности. Мы можем определить суждения первого порядка как такие, которые не относятся к тотальности (по totality) суждений; суждения второго порядка — как такие, которые отнесены к тотальности суждений первого порядка и т. д. ad infinitum. Таким образом, наш лжец должен будет теперь сказать: «Я утверждаю ложное суждение первого порядка, ко-

торое является ложным». Но само это суждение— второго порядка. Он поэтому не утверждает суждения первого порядка. Говорит он нечто просто ложное, и доказательство того, что оно также и истинно, рушится. Такой же точно аргумент применим и к любому суждению высшего порядка.

Обнаруживается, что во всех логических парадоксах есть своего рода рефлексивная само-отнесенность, которую следует осудить по тем же причинам: она включает в себя в качестве члена тотальности нечто указывающее на эту тотальность и могущее иметь определенное значение, только если тотальность уже фиксирована.

Должен сознаться, что это учение не получило широкого признания, но я не вижу аргумента против, который казался бы мне неоспоримым.

Теория дескрипций, упомянутая выше, впервые была изложена в моей статье «О денотации» в журнале «Майнд» (1905). Она так поразила тогдашнего редактора журнала, посчитавшего ее нелепой, что он упрашивал меня пересмотреть ее и не настаивать на публикации. Но я был убежден в том, что она является здоровой, и отказался уступить. Впоследствии статья получила широкое признание и стала считаться моим важнейшим вкладом в логику. Правда, сегодня ее отвергают те, кто отказывается от различения имен и других слов. Полагаю, такая реакция происходит из-за слабого знакомства с математической логикой. Во всяком случае, я не вижу в такой критике смысла. Признаюсь, однако, что учение об именах, наверное, немного сложнее, чем я когда-то полагал. Впрочем, сейчас я не буду рассматривать эти трудности и возьму язык в его обычном употреблении.

Я использовал для доказательства противоположность имени «Скотт» и дескрипции «автор *Веверлея*». Утверждение «Скотт — автор *Веверлея*» выражает тождество, а не тавтологию. Георг IV желал знать, является ли Скотт автором *Веверлея*, но не желал знать, является ли Скотт Скоттом. Для всех, кто не изучал логику, это совершенно ясно. Но для логика в этом заключена головоломная трудность. Логики полагают (или полагали раньше), что если два выражения обозначают один и тот же объект, то суждение, содержащее одно выражение, всегда может быть заменено суждением, содержащим другое, и при этом остаться истинным, если оно было истинным, или ложным, если оно было ложным. Но, как мы только что видели, можно превратить истинное суждение в ложное, если заменить «автора *Веверлея*» на «Скотта». Отсюда видно, что необходимо различать между именем и дескрипцией: «Скотт» — это имя, а «автор *Веверлея*» — дескрипция.

Другое важное различие между именами и дескрипциями заключается в том, что имя не может осмысленно входить в суждение, если нет чего-то, что оно именует, в то время как дескрипция не подчиняется этому ограничению. Мейнонг*, к

работам которого я относился тогда с великим почтением, не сумел заметить этого различия. Он указывал, что можно делать утверждения с логическим субъектом «золотая гора», хотя никакой золотой горы не существует. Он доказывал, что когда вы говорите, будто золотой горы не существует, то очевидно, что есть нечто, о чем вы говорите, что этого не существует — а именно, золотая гора; следовательно, золотая гора должна пребывать в некоем туманном Платоновом мире бытия, ибо в противном случае ваше утверждение, что золотая гора не существует, не будет иметь значения. Признаюсь, что, пока я не пришел к теории дескрипций, этот аргумент казался мне убедительным. Существенно важным моментом в теории было то, что, хотя «золотая гора» может быть в грамматическом смысле субъектом значимого суждения, такое суждение, если его правильно проанализировать, больше не будет иметь субъекта. Суждение «золотая гора не существует» становится суждением «пропозициональная функция « x золотая и гора» ложна для всех значений x ». Утверждение «Скотт — автор *Веверлея*» становится утверждением «для всех значений x « x написал *Веверлея*» эквивалентно « x — это Скотт». Здесь фраза «автор *Веверлея*» уже не встречается.

Теория дескрипций пролила также свет на то, что имеется в виду под «существованием». «Автор *Веверлея* существует» означает «имеется значение s , для которого пропозициональная функция « x написал *Веверлея*» всегда тождественна « x есть s » истинно». Существование в этом смысле может утверждаться только об описании, и, будучи проанализировано, оно оказывается случаем пропозициональной функции, истинной по крайней мере при одном значении переменной. Мы можем сказать: «Автор *Веверлея* существует», и мы можем сказать: «Скотт — автор *Веверлея*»; но «Скотт существует» — скверно с точки зрения грамматики. В лучшем случае это можно проинтерпретировать как означающее «человек, именуемый «Скоттом», существует», но «человек, именуемый «Скоттом» — это дескрипция, а не имя. Когда имя используют правильно, т. е. как собственно имя, грамматически неправильно было бы говорить: «это существует» («that exists»).

Центральная идея теории дескрипций состояла в том, что фраза может обуславливать значение предложения, не имея сама по себе (in isolation) никакого значения. Этому в случае дескрипций имеется точное доказательство: если бы «автор *Веверлея*» означало что-нибудь другое, чем «Скотт», то «Скотт — автор *Веверлея*» было бы ложно, а это не так. Если бы «автор *Веверлея*» означало «Скотт», то «Скотт — автор *Веверлея*» было бы тавтологией, а это не так. Следовательно, «автор *Веверлея*» не означает ни «Скотт», ни что-либо другое, т. е. «автор *Веверлея*» ничего не означает. Что и следовало доказать.